

# MODELADO NO LINEAL DE VÁLVULAS EN UN SISTEMA HIDRÁULICO ALGEBRAICO DIFERENCIAL DE MEZCLA DE DOS FLUJOS

## NONLINEAR MODELING OF VALVES IN A DIFFERENTIAL ALGEBRAIC HYDRAULIC SYSTEM OF MIXING OF TWO FLOWS

Ing. Semadar Bojórquez Sánchez<sup>1</sup>, Dr. Juan Reyes Reyes<sup>2</sup>, Dra. Gloria Lilia Osorio Gordillo<sup>3</sup>,  
Dr. Rodolfo Amalio Vargas Méndez<sup>4</sup>, Dr. Enrique Quintero Mármol-Márquez<sup>5</sup>

Tecnológico Nacional de México campus Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico  
Departamento de Ingeniería Electrónica

Interior Internado Palmira SN, Col Palmira, Cuernavaca, Morelos, CP 62490, MÉXICO  
<sup>1</sup>[m20ce012@cenidet.tecnm.mx](mailto:m20ce012@cenidet.tecnm.mx), <sup>2</sup>[juan.rr@cenidet.tecnm.mx](mailto:juan.rr@cenidet.tecnm.mx), <sup>3</sup>[gloria.og@cenidet.tecnm.mx](mailto:gloria.og@cenidet.tecnm.mx),  
<sup>4</sup>[rodolfo.vm@cenidet.tecnm.mx](mailto:rodolfo.vm@cenidet.tecnm.mx), <sup>5</sup>[enrique.qm@cenidet.tecnm.mx](mailto:enrique.qm@cenidet.tecnm.mx)

**Resumen** -- En este artículo se muestra un modelo algebraico diferencial derivado de la consideración no lineal que se utiliza en el flujo de líquido a través de una válvula, definido como el producto de un coeficiente asociado a la geometría de la válvula multiplicado por la raíz cuadrada de la diferencia de potenciales. Esta consideración es utilizada en el modelo de confluencia de dos líquidos con tres válvulas con dichas características no lineales. En la parte no lineal algebraica se propone un algoritmo dinámico de solución algebraica y en la parte dinámica se considera sin pérdida de generalidad un par de tanques en dinámica autónoma. Para mostrar la representación dinámica se muestra una simulación numérica en donde las válvulas se configuran de manera variante en el tiempo, con las cuales se desempeñan los comportamientos no lineales de los niveles de líquido y en el flujo de salida.

**Palabras Clave:** mezcla de flujos, modelo no lineal de válvulas, sistema hidráulico algebraico diferencial.

**Abstract** -- In this paper a differential algebraic model with the nonlinear consideration, which is based on the a coefficient ponderation of the square root of differential pressure through a valve, such coefficient ponderation is associated with the geometry of the valve. This nonlinear valve characteristic is introduced in a dual-flow confluence model with three valves. In the algebraic nonlinear part, a dynamic algebraic solver algorithm is proposed, and in the dynamic part of the model, without loss of generality, a pair of tanks in autonomous dynamics is considered. To show the dynamic representation, a numerical simulation is shown where the valves are configured in a time-varying way, with which the nonlinear behaviors of the liquid levels and the outflow are performed.

**Key words:** flow mixture, nonlinear valve model, algebraic differential hydraulic system.

### INTRODUCCIÓN

En el tema de ahorro de agua tenemos trabajos en donde se hacen señalamientos [17] sobre la importancia de la optimización de recursos ante el aumento de la población humana en el mundo, principalmente el agua. Y se pueden encontrar diversas maneras de abordar el ahorro en el consumo de agua, como en [13] donde se presenta un economizador que tiene la función de almacenar el agua hasta que, a través del registro de su temperatura, el usuario decida comenzar la ducha evitando así el desperdicio de agua; en [10] se presenta un dispositivo termomecánico que evita el desperdicio de agua en aparatos y equipos con los que se maneja agua caliente para uso doméstico, como las regaderas, tinas de baño, lavadoras, etc. los autores concluyen que permite un uso eficiente del agua; en [1] se diseñó, simuló e implementó un sistema de control de temperatura para la ducha eléctrica, logrando mantener la temperatura a 35°C y a un flujo constante de 2.2 l/min. Utilizando una tarjeta de control para la manipulación de una válvula de acceso; en [22] se desarrolló un algoritmo para analizar el flujo bifásico en redes de recolección. Este se fundamenta en la resolución en línea de las variables hidráulicas, siendo una modificación al propuesto inicialmente por [23], quienes consideraron la fase líquida como una unidad de sólo aceite, y en su lugar contempla el problema bifásico de agua-aceite. El modelo numérico permite el análisis y diseño de redes de tuberías con flujo multifásico, a través de la implementación de un algoritmo de resolución simultánea que no requiere del manejo algebraico de matrices. En cuanto a las propuestas de grifos en [12] se realizaron modificaciones a las roscas de los grifos para optimizar la precisión del grifo; y en [24], se desarrolló un grifo higiénico y ahorrador

de agua, para su uso en bebederos públicos para países en desarrollo.

Se ha realizado diversos trabajos para combatir el desperdicio de agua como en [11] donde se presentó las mediciones, estudios, análisis y caracterización de equipos necesarios para que se disponga de una metodología completa para la selección multicriterio de los sistemas de hidroeficiencia más adecuados para equipar un determinado edificio; en [25], quien diseñó el controlador de lógica difusa tipo 2 para controlar la temperatura de salida así como el flujo de salida del sistema de ducha; en [20] se plantea el consumo excesivo de agua en los mezcladores de la ducha y a su vez se propone una posible solución para esto; y finalmente en [3] se presenta la tecnología del riego por succión con el uso de cápsulas porosas como alternativa viable para su utilización en el riego de jardines con resultados óptimos.

En cuanto al tema de control de confluencias en la industria, se aborda en [7] la simulación del control automático de un sistema de llenado, mezclado y envasado de pinturas utilizando el PLC como elemento de control. Logrando optimizar los tiempos en los que el producto puede ser envasado y lanzado al mercado; en [4] realizaron el modelo computacional de la dinámica de flujo en la boquilla convergente-divergente (Convergent-Divergent Nozzle) considerando el desequilibrio térmico y presentan directrices para la simulación del flujo de ebullición rápida en aplicaciones industriales; y en [15] presentaron un algoritmo de control de flujo de volumen en lazo cerrado para válvulas neumáticas de alta conmutación con señal PWM, el algoritmo se comprobó con el control de la contracción/posición de un músculo artificial neumático (Pneumatic Artificial Muscle) con dos válvulas de conmutación rápida y se determinaron los requisitos mínimos del microcontrolador o el

PLC y concluyen que la interpolación bilineal tiene la mejor correlación.

Y se puede finalizar con estos antecedentes con el tema que se refiere al uso y representación matemática de las válvulas, en donde se suele incorporar una representación no lineal. Por ello se encuentran dos enfoques de trabajo, el primero es asumir un estado estacionario en el que las válvulas se le considera lineales en la región de operación como en [18] se utiliza una aproximación lineal para modelar la válvula, o en [16] donde para

modelar el flujo transitorio en una tubería mediante el método de respuesta en frecuencia (FRM) se linealiza las no linealidades significativas asociadas a las ecuaciones de fricción y de válvula; el segundo es abordar el comportamiento no lineal de las válvulas como en [19] el cual propone un modelo no lineal para una válvula de control de procesos neumáticos, el controlador propuesto por [8] es capaz de resolver los problemas relacionados con el comportamiento incierto y no lineal de la válvula de control neumática en el lazo de control de flujo. Por otro lado, en [21] se propone un sistema de control de Perforación a Presión Dirigida, (MPD por sus siglas en inglés) para la válvula de estrangulamiento que utiliza un controlador predictivo de modelo no lineal y un modelo de flujo bifásico para calcular la presión anular y la dinámica de la válvula de estrangulamiento durante la operación de control de golpes de ariete. El rendimiento del modelo propuesto se demuestra mediante la simulación de la operación de control que se compara sus resultados con un modelo lineal monofásico. A esta problemática se le pueden añadir los retos asociados a los diversos tipos de válvulas como las microválvulas que son estudiadas en [2], la válvula cónica, la válvula de disco y la válvula compensada que son estudiadas en [5], y en [9] se abordan el control de válvulas a través de una compensación de fricción.

Por lo anterior se vislumbra el área de oportunidad que puede ser útil en lo relacionado al uso adecuado de agua y se le puede asociar también a un consumo adecuado de energía, en el sentido de que un uso adecuado del agua también evita desperdicio de recursos. En este sentido, el objetivo de este artículo es desarrollar un modelo de mezcla de dos flujos de dos fuentes exógenas de presión, considerando la naturaleza no lineal que tiene el efecto de las válvulas hidráulicas con respecto a la diferencia de presiones que hay a la entrada y la salida de la válvula.

La aportación de este artículo está en la propuesta de un modelo algebraico diferencial, en donde las válvulas involucradas no se muestran linealizadas en un punto de operación, lo que permite la representación dinámica de la mezcla de dos flujos de una manera que puede ser más atractiva para quienes necesitan de representaciones dinámicas en regiones más amplias de operación. Esta justificación, a su vez, genera interesantes

motivaciones para los retos de control alternativos o derivados, en donde, por mencionar un ejemplo, se puedan abordar mezclas de flujos a diferentes temperaturas o densidades.

### DESARROLLO

Esta sección contiene el desarrollo dividido en cinco subsecciones las cuales son, el modelo del caudal de una válvula, el desarrollo del modelo algebraico, aprovechando las propiedades de dicho modelo, se define una propuesta de solución numérica del modelo algebraico en una sección dedicada al algoritmo numérico de solución, en la penúltima subsección se propone el modelo algebraico diferencial que se propone en este artículo.; y al final de la sección se muestra una simulación numérica en la que se configuran cambios en la apertura de las válvulas.

#### Modelo del flujo de una válvula

El caudal de una válvula en su modelo más compacto se le puede encontrar como el de la ecuación (1) adaptado de [6] es:

$$q = K_v \sqrt{\frac{P_a - P_b}{G}} \quad \text{Ec. (1)}$$

Donde

- $q$  - Flujo a través de la válvula.
- $K_v$  - Coeficiente de flujo de la válvula y sus unidades son  $m^3/(s \cdot Pa^{0.5})$  para cuando el líquido es agua.
- $G$  - Densidad relativa del líquido con respecto a la del agua.
- $P_a$  - Presión en la entrada de la válvula
- $P_b$  - Presión en la salida de la misma válvula.

*Observación 1.-* Nótese que, si el fluido a través de la válvula es agua, se obtiene un modelo más simple, y si se considera que la válvula será manipulada, se puede proponer un modelo como el que se muestra en la Ec (2)

$$q = u \sqrt{P_a - P_b} \quad \text{Ec. (2)}$$

donde  $u$  es una variable que se manipula de la apertura nula, hasta la apertura total, o en otras

palabras, puede obtener valores definidos en el siguiente intervalo:

$$0 \leq u \leq K_v. \quad \text{Ec. (3)}$$

#### Modelo algebraico de las tuberías y válvulas

Para abordar el modelo algebraico no lineal de las válvulas, considere el esquema de la figura 1.

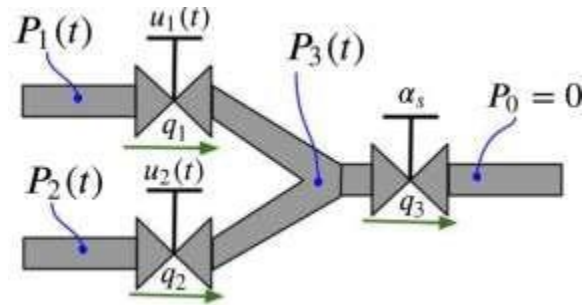


Figura 1. Esquema de las válvulas

En este esquema se encuentran las siguientes variables y parámetros  $P_1(t)$  y  $P_2(t)$  son las presiones a la entrada de la tubería,  $q_1$  y  $q_2$  son los flujos a través de la válvula respectiva,  $P_3(t)$  es la presión del líquido a la entrada de la válvula 3, por la cual pasa el flujo  $q_3$ . Las válvulas se configuran a través de los parámetros  $u_1$ ,  $u_2$  y  $\alpha_s$  los cuales dependen de la geometría y construcción de la válvula.

El flujo de las tres válvulas es descrito en las ecuaciones (4), (5) y (6)

$$q_1 = u_1 \sqrt{P_1 - P_3}; \quad \text{Ec. (4)}$$

$$q_2 = u_2 \sqrt{P_2 - P_3}; \quad \text{Ec. (5)}$$

$$q_3 = \alpha_s \sqrt{P_3}; \quad \text{Ec. (6)}$$

Por la propiedad conservativa de la masa [14], se expresa al flujo de salida con la ecuación (7)

$$q_3 = q_1 + q_2. \quad \text{Ec. (7)}$$

Se considera que los flujos no cambian de dirección, es decir

$$P_3 < \min\{P_1, P_2\} \quad \text{Ec. (8)}$$

y que las presiones son siempre positivas

$$P_1, P_2 > 0; \quad \text{Ec. (9)}$$

Se sustituyen las ecuaciones (4), (5) y (6) en (7):

$$\alpha_s \sqrt{P_3} = u_1 \sqrt{P_1 - P_3} + u_2 \sqrt{P_2 - P_3} \quad \text{Ec. (10)}$$

La ecuación (10) se eleva al cuadrado y se reordena:

$$(u_1^2 + u_2^2 + \alpha_3^2) P_3 - (u_1^2 P_1 + u_2^2 P_2) = 2u_1 u_2 \sqrt{P_1 - P_3} \sqrt{P_2 - P_3} \quad \text{Ec. (11)}$$

El lado izquierdo de la ecuación (11) es una línea recta con respecto a  $P_3$  a la que se renombra como sigue

$$r(P_3) := (u_1^2 + u_2^2 + \alpha_3^2) P_3 - (u_1^2 P_1 + u_2^2 P_2) \quad \text{Ec. (12)}$$

De esta ecuación se determina lo siguiente:

$$\frac{\partial r(P_3)}{\partial P_3} = u_1^2 + u_2^2 + \alpha_3^2 > 0 \quad \text{Ec. (13)}$$

$$r(0) = -(u_1^2 P_1 + u_2^2 P_2) \quad \text{Ec. (14)}$$

El lado derecho de la ecuación (11) se representa de la siguiente manera:

$$c(P_3) := 2u_1 u_2 \sqrt{P_1 - P_3} \sqrt{P_2 - P_3} \quad \text{Ec. (15)}$$

*Observación 2.-* Nótese que la ecuación (15) en el intervalo de operación de la tubería, es decir cuando

$$\forall P_3 : 0 < P_3 < \min \{ P_1, P_2 \} \quad \text{Ec. (16)}$$

se verifica que  $c(P_3)$  es decreciente

$$\frac{\partial c(P_3)}{\partial P_3} = 2u_1 u_2 \left( \frac{\sqrt{P_1 - P_3}}{\sqrt{P_2 - P_3}} + \frac{\sqrt{P_2 - P_3}}{\sqrt{P_1 - P_3}} \right) < 0 \quad \text{Ec. (17)}$$

y con un rango definido por

$$0 < c(P_3) < 2u_1 u_2 \sqrt{P_1 P_2} \quad \text{Ec. (18)}$$

La figura 2 muestra a las funciones  $c(P_3)$  y  $r(P_3)$  mostrando las características previamente

descritas, donde muestra de manera gráfica la solución de la Ec (11).

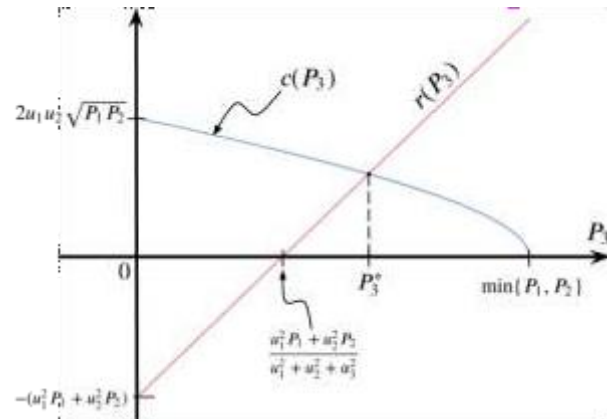


Figura 2. Gráfica de la solución para  $P_3$  en el intervalo de operación

A su vez, en la figura 2 se aprecia que la única solución a la ecuación (16)

$$r(P_3) = c(P_3), \quad \text{Ec. (19)}$$

es cuando

$$P_3 = P_3^* \quad \text{Ec. (20)}$$

*Observación 3.-* Por el dominio de operación y los rangos correspondientes de  $P_3$  y  $r(P_3)$  se pueden concluir dos cosas asociadas a la existencia de la solución para  $P_3$ , las cuales son:

- a) La solución para  $P_3$  está dentro del intervalo expresado en (18),

$$\frac{u_1^2 P_1 + u_2^2 P_2}{u_1^2 + u_2^2 + \alpha_3^2} < P_3 < \min \{ P_1, P_2 \} \quad \text{Ec. (21)}$$

- b) Para que la solución exista las válvulas conjuntamente con las presiones deben satisfacer la siguiente desigualdad

$$\frac{u_1^2 P_1 + u_2^2 P_2}{u_1^2 + u_2^2 + \alpha_3^2} < \min \{ P_1, P_2 \} \quad \text{Ec. (22)}$$

**Algoritmo de solución numérica para la presión  $P_3$**

El algoritmo en ecuaciones de diferencias expresado en el sistema en (23), es una

representación propuesta para el método de solución numérica por punto medio o de bisección.

$$\Sigma_{SN} : \begin{cases} \left[ \begin{array}{c} P_{3k+1} \\ \bar{P}_{3k+1} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \frac{P_{3k} + \bar{P}_{3k}}{2} \\ \bar{P}_{3k} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \frac{P_{3k}}{2} \\ \frac{P_{3k} - \bar{P}_{3k}}{2} \end{array} \right] \cdot \sigma \left( h \left( \frac{P_{3k} + \bar{P}_{3k}}{2} \right) \right) \\ \bar{P}_{3k} = \frac{P_{3k} + \bar{P}_{3k}}{2} \end{cases} \quad \text{Ec. (23)}$$

donde

$$\sigma(\rho) = \begin{cases} 1, & \rho \geq 0 \\ 0, & \rho < 0 \end{cases}, \quad \text{Ec. (24)}$$

es la función binaria que define si  $\rho$  es mayor o igual que cero, con un 1; y con un 0 si  $h(P_3)$  es negativa.

donde

$\underline{P}_{3k}$  - Valor inferior de la aproximación para  $P_3$  en la iteración  $k$ .

$\bar{P}_{3k}$  - Valor superior de la aproximación para  $P_3$  en la iteración  $k$ .

$\widetilde{P}_{3k}$  - Valor medio entre el valor superior e inferior de la aproximación para  $P_3$  en la iteración  $k$ .

Y la igualdad que se desea solucionar en (11) está redefinida en el algoritmo (23) como sigue

$$h(P_3) = c(P_3) - r(P_3); \quad \text{Ec. (25)}$$

es decir

$$h(P_3^*) \cong 0. \quad \text{Ec. (26)}$$

Si se utiliza el algoritmo (23), y se seleccionan las condiciones iniciales del algoritmo como las ecuaciones (27) y (28):

$$\underline{P}_{30} = \frac{u_1^2 P_1 + u_2^2 P_2}{u_1^2 + u_2^2 + \alpha_3^2} \quad \text{Ec. (27)}$$

$$\bar{P}_{30} = \min \{ P_1, P_2 \} \quad \text{Ec. (28)}$$

entonces  $\widetilde{P}_{3k}$  converge a la solución, es decir,

$$P_3^* = \lim_{k \rightarrow \infty} \widetilde{P}_{3k}. \quad \text{Ec. (29)}$$

### Resultado principal: Un modelo hidráulico algebraico diferencial

El modelo dinámico que se acopla a la tubería descrita anteriormente, consiste en un par de tanques, de área transversal igual a  $A$ , de modo que

la presión  $P_1$  la provee el primer tanque, y la presión  $P_2$  el segundo tanque, expresadas como

$$P_i = \beta x_i, \quad i = 1, 2; \quad \text{(Ec. 30)}$$

Dichas presiones dependen del nivel de líquido  $x_1$  para el primer tanque y de  $x_2$  para el segundo tanque, y el parámetro está definido como  $\beta = 9,806.38$ , para cuando el líquido es agua.

El sistema hidráulico algebraico diferencial propuesto en este artículo se muestra enseguida.

$$\Sigma_H : \begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{u_1}{A} \sqrt{\beta x_1 - P_3} \\ \dot{x}_2 = -\frac{u_2}{A} \sqrt{\beta x_2 - P_3} \\ 0 = -\alpha_3 \sqrt{P_3} + u_1 \sqrt{\beta x_1 - P_3} + u_2 \sqrt{\beta x_2 - P_3} \\ y = u_1 \sqrt{\beta x_1 - P_3} + u_2 \sqrt{\beta x_2 - P_3} \end{cases}$$

Ec. (31)

Y en la figura 3 se muestra el esquema que representa a dicho sistema.

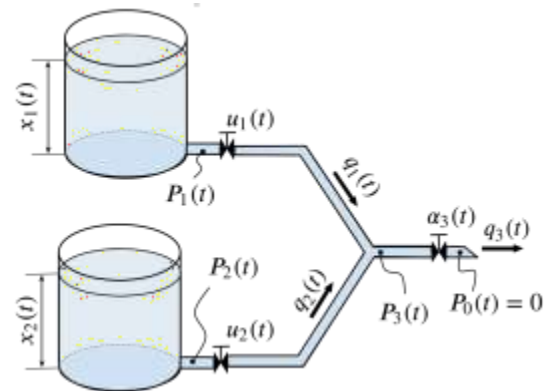


Figura 3. Esquema del sistema hidráulico algebraico diferencial de la Ec. (31)

El sistema tiene dos ecuaciones dinámicas que representan el comportamiento del nivel de líquido de cada tanque, una ecuación algebraica, cuya solución define la presión  $P_3$ . Las variables manipuladas de entrada son la configuración de la apertura de la válvula 1 a través de  $u_1$  y la configuración de la apertura de la válvula 2 a través de  $u_2$ .

La salida del sistema es el flujo a través de la válvula 3, y está representado por la variable  $Y$ .

*Observación 4.*- El sistema hidráulico algebraico diferencial mostrado en el sistema (31), si hubiese sido propuesto considerando modelos lineales en las válvulas, entonces dinámicamente sería un sistema lineal, y además  $P_3$  se expresaría como una función explícita para  $P_1$  y  $P_2$ . Sin embargo, ante el modelo no lineal de las válvulas considerado en este artículo, en la tercera expresión del sistema (31) está necesariamente definida como una función implícita, y se tiene que hacer uso de un método numérico para definir numéricamente la solución para  $P_3$ . Por esta razón se hace uso del algoritmo expresado en (23).

En seguida se muestra un algoritmo que muestra la manera en que se puede llevar a cabo una simulación numérica del sistema en (31).

*Paso 1:* Configurar el tiempo  $T$  de simulación donde  $0 \leq t_j \leq T$ , el paso de integración  $\delta$ ; los parámetros  $A$ ,  $\beta$ ,  $\alpha_3$  y la tolerancia al error  $\epsilon > 0$ .

*Paso 2:*  $j = 1$ ;

*Paso 3:* Si  $j \cdot \delta \geq T$ , entonces ir al paso 18, si no ir al paso 4.

*Paso 4:*  $t_j = (j - 1) \cdot \delta$ ;

*Paso 5:* Evaluar las funciones en  $t_j$ , para la válvula  $u_1(t_j)$  y  $u_2(t_j)$ .

*Paso 6:*  $k = 1$ ;

*Paso 7:*  $P_1(t_k) := \beta \cdot x_1(t_k)$ ;  $P_2(t_k) := \beta \cdot x_2(t_k)$ ;

*Paso 8:* Si  $\frac{u_1^2(t_k)P_1(t_k) + u_2^2(t_k)P_2(t_k)}{u_1^2(t_k) + u_2^2(t_k) + \alpha_3^2} > \min\{P_1(t_k), P_2(t_k)\}$  entonces ir al paso 17 (no hay solución para alguna presión es cero); si no, ir al paso 9.

*Paso 9:* Si  $|c(P_{3k}) - r(P_{3k})| > \epsilon$  entonces ir al paso 14; si no, ir al paso 10

*Paso 10:* Calcular  $\begin{bmatrix} \bar{P}_{3k+1} \\ \bar{P}_{3k+1} \end{bmatrix}$  como se muestra en la Ec. (23).

*Paso 11:*

*Paso 12:*  $\bar{P}_{3k} = \frac{P_{3k} + P_{3k}}{2}$

*Paso 13:* Regresar al paso 9.

*Paso 14:*  $P_3(t_j) := \bar{P}_{3k}$ ,

*Paso 15:* Calcular  $\begin{bmatrix} x_{1k+1} \\ x_{2k+1} \end{bmatrix}$  con el método de integración numérica que se haya escogido para la parte diferencial del sistema (31).

*Paso 16:*  $j := j + 1$ .

*Paso 17:* Ir al paso 3.

*Paso 18:* Fin.

La siguiente subsección se dedica a mostrar los resultados de simulación del sistema.

### **Simulación numérica del sistema hidráulico, algebraico diferencial**

La simulación numérica tiene como propósito mostrar el efecto de la no linealidad algebraica, que por un lado generan transitorios cuya duración depende de la magnitud de las condiciones iniciales, y por el otro configura el acoplamiento no lineal con el flujo de salida. En una primera simulación se muestra el efecto de las condiciones iniciales en la duración del tiempo de descarga, y la segunda simulación muestra el efecto del cambio de la apertura en ambas válvulas.

La simulación se realiza siguiendo el algoritmo mostrado en la sección anterior, la integración numérica se hace con el método de Euler con un paso de integración de 0.01 segundos, los tanques se consideran iguales con un área transversal de  $0.0168 \text{ m}^2$ , la válvula de salida se considera fija con un valor de  $\alpha_3 = 0.001 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{Pa}^{0.5})$ , el error de tolerancia para la solución numérica es de  $\epsilon = 0.001$ .

*Caso A.- Dos simulaciones con las válvulas fijas, con condiciones iniciales diferentes.*

En estas simulaciones se configuran las válvulas con  $u_1 = 12 \times 10^{-5} \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{Pa}^{0.5})$  y  $u_2 = 2 \times 10^{-5} \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{Pa}^{0.5})$ , y se realiza una primera simulación con condiciones iniciales del nivel de

líquido en  $x_1(0) = 0.25 \text{ m}$  para el primer tanque y en  $x_2(0) = 0.3 \text{ m}$  para el segundo tanque. La segunda simulación tiene  $x_1(0) = 0.35 \text{ m}$  y  $x_2(0) = 0.5 \text{ m}$ . Los perfiles de las trayectorias de los niveles de líquido se muestran en la figura 4.

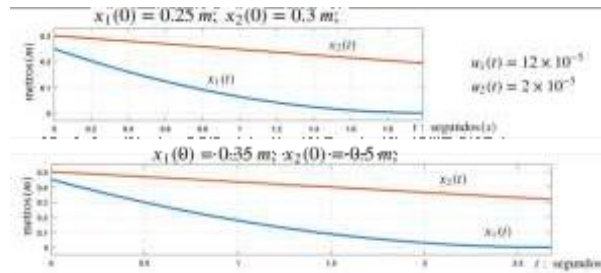


Figura 4. A mayor nivel de líquido mayor tiempo de descarga

Caso B.- Válvulas variantes en el tiempo

En este caso de simulación se tienen las condiciones iniciales  $x_1(0) = 0.35 \text{ m}$  y  $x_2(0) = 0.5 \text{ m}$ ; pero las válvulas están configuradas como funciones en el tiempo de la siguiente manera:

$$u_1(t) = \begin{cases} 12 \times 10^{-5} \text{ m}^3 / (\text{s} \cdot \text{Pa}^{0.5}), & 0 \leq t < 1.5 \\ 4 \times 10^{-5} \text{ m}^3 / (\text{s} \cdot \text{Pa}^{0.5}), & t \geq 1.5 \end{cases} \quad \text{Ec (32)}$$

$$u_2(t) = \begin{cases} 2 \times 10^{-5} \text{ m}^3 / (\text{s} \cdot \text{Pa}^{0.5}), & 0 \leq t < 0.5 \\ 10 \times 10^{-5} \text{ m}^3 / (\text{s} \cdot \text{Pa}^{0.5}), & t \geq 0.5 \end{cases} \quad \text{Ec (33)}$$

La figura 5, tiene dos gráficas, la primera muestra los perfiles a lo largo del tiempo de la configuración de la válvula 1 expresado en la Ec. (32) y el de la válvula 2 expresado en la Ec. (33). La otra gráfica de la figura 5 muestra los perfiles de los niveles de líquido de cada tanque.

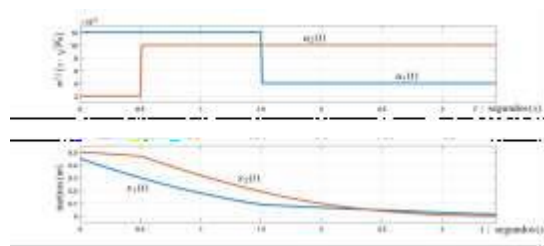


Figura 5. Efecto de las válvulas variantes en el tiempo en los niveles de los tanques

Nótese que cada tanque provee de las presiones de entrada en la tubería (ver fig. 3) y además de estas presiones, la configuración de cada válvula define el efecto en el flujo de salida, este efecto a lo largo del tiempo se muestra en la figura 6.

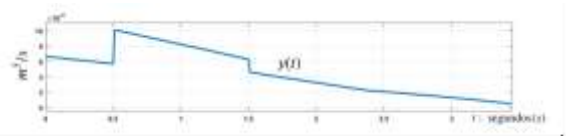


Figura 6. Efecto de las válvulas variantes en el tiempo en el flujo de salida

DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los resultados de este artículo están dedicados a mostrar una alternativa de análisis para la confluencia de líquidos en tuberías, particularmente se muestran como fuente de potencial hidráulico un par de tanques, pero con las adecuaciones o propiedades necesarias se pueden abordar suministros de caudal o presión de otras características. Este mismo tenor se tiene en cuenta en el modelo de las válvulas, ya que es natural pensar que puede haber otras propiedades o modelos en la parte algebraica del modelo propuesto, y que pueden agregar soluciones algebraicas que podrían resolverse con el mismo algoritmo.

A diferencia de los sistemas lineales e invariantes en el tiempo, se puede contrastar en la figura 4, que las trayectorias tienen una duración sensible a las condiciones iniciales, ya que en la primera simulación el primer tanque se vacía en 1.99 segundos, mientras que, en la otra, el mismo tanque se vacía en 2.68 segundos.

La figura 5 muestra dos gráficas, correspondientes a los perfiles de configuración variante en el tiempo

de las válvulas y a las trayectorias de los niveles de líquido de cada tanque, en este caso de simulación el segundo tanque se vacía antes que el primero en un tiempo de simulación de 3.45 segundos.

A su vez, en la figura 6 se tiene el perfil del flujo de salida a través de la válvula 3, la cual muestra el incremento abrupto en el flujo debido al incremento en la apertura de la segunda válvula en el tiempo de 0.5 segundos, y posteriormente hay un decremento abrupto en el flujo por la oclusión parcial que tiene la primera válvula a partir del tiempo de 1.5 segundos. Este perfil obedece a la relación algebraica que tiene el flujo de salida con

las configuraciones de las válvulas y con los niveles de líquido de cada tanque, lo cual está expresado en la ecuación de  $\dot{y}$  en el sistema hidráulico algebraico diferencial de la Ec. (31).

## CONCLUSIONES

Las partes principales que se proponen en este artículo son, por un lado, el modelo algebraico diferencial de un sistema hidráulico, que considera como la parte algebraica la solución de la ecuación conservativa en una tubería en confluencia con tres válvulas no lineales con sus correspondientes diferenciales de presión. Y por el otro la propuesta de la adaptación de un algoritmo de solución numérica por el método de bisección de dominio, pero formulado de modo que aprovecha las propiedades de las expresiones algebraicas derivadas de la propiedad conservativa.

Los trabajos futuros que naturalmente se vislumbran pueden ser la consideración de un par de válvulas en configuración monomando que sustituyan a las que en este artículo pueden considerarse como binando. Otra perspectiva interesante es agregar lazos de control para regulación de flujo, o incluso de temperatura considerando a los tanques como fuentes de flujo a diferente temperatura, haciendo la analogía a las válvulas monomando de uso doméstico.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan el agradecimiento al apoyo recibido a través de la Convocatoria de Proyectos de Desarrollo Tecnológico e Innovación 2020, del Tecnológico Nacional de México; así como al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, a través de la convocatoria de Becas Nacionales 2020, cuyo

apoyo ha permitido el trabajo de tesis de maestría de la autora principal y del cual se deriva el presente artículo.

## REFERENCIAS

[1] Ayala Rojas, L. E., Real, D., & Bolívar, R. (2015). Diseño, modelación, simulación e implementación de un sistema de control de temperatura para la ducha eléctrica (Bachelor's thesis, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo).

[2] Bonhoeffer, B., Boldrini, M., Boiger, G., Kwade, A., & Juhnke, M. (2017). Experimental characterization and simulation of a piezo-actuated micro dispensing valve. *Journal of Fluids Engineering*, 139(5).

[3] Casadevall, M. P. (2017). Manejo del agua con el uso de cero energía y ahorro de agua en jardines de hoteles. *Revista Ingeniería Agrícola*, 6(4), 50-55.

[4] Dang Le, Q., Mereu, R., Besagni, G., Dossena, V., & Inzoli, F. (2018). Computational fluid dynamics modeling of flashing flow in convergent-divergent nozzle. *Journal of Fluids Engineering*, 140(10).

[5] Duan, Y., Jackson, C., Eaton, M. D., & Bluck, M. J. (2019). An assessment of eddy viscosity models on predicting performance parameters of valves. *Nuclear Engineering and Design*, 342, 60-77.

[6] Emerson. (2005). *Control Valve Handbook*. U.S.A: Fisher controls international LLC.

[7] Filgueira, G. G., & Feal, C. V. Algoritmo para Sistemas de Automatización de Llenado, Mezclado y envasado de Líquidos. *SAAEI*, 6, 1046-1050.

[8] Goyal, V., Mishra, P., & Deolia, V. K. (2019). A robust fractional order parallel control structure for flow control using a pneumatic control valve with nonlinear and uncertain dynamics. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 44(3), 2597-2611.

[9] Hidalgo, M. C., & Garcia, C. (2017). Friction compensation in control valves: Nonlinear control and usual approaches. *Control Engineering Practice*, 58, 42-53.

[10] Levi, E., Ayala, J. E., & Vázquez, J. F. (2015). Mejoras para el uso eficiente del agua en regaderas domésticas. *Tecnología y ciencias del agua*, 10(2), 33-38.

[11] López Patiño, G. (2016). Análisis y caracterización de las instalaciones interiores de suministro de agua desde el punto de vista de ahorro (Doctoral dissertation).

[12] Li, B., Xu, J., Chen, J., & Sun, J. (2019, July). Modification Simulation Research on Handle Speed of Faucet Test System. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (Vol. 569, No. 4, p. 042027). IOP Publishing.

[13] Moreno, E., Pérez, V., Ledesma, R., Ferrer, M., & Tristán, M. (2013). Contenedor de agua para regadera de ducha. Pérez García-Vicente Rico Moreno-José Luis, 140.

[14] Ogata, K., & Sánchez, G. L. P. (1987). *Dinámica de sistemas*. Prentice-Hall Hispanoamericana.

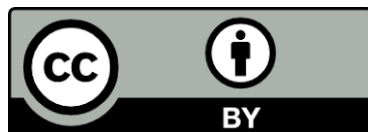
[15] Pipan, M., & Herakovic, N. (2018). Closed-loop volume flow control algorithm for fast switching pneumatic valves with PWM signal. *Control Engineering Practice*, 70, 114-120.

[16] Ranginkaman, M. H., Haghghi, A., & Lee, P. J. (2019). Frequency domain modelling of pipe transient flow with the virtual valves method to reduce linearization errors. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 131, 486-504.

[17] Ruiz, P. R. (2001). Abastecimiento de agua.

Edición Agosto–2001.

- [18] Sapaev, K., & Umarov, S. (2019). Two approaches for automating analysis of electromagnetic processes in non-linear circuits with valves. In E3S Web of Conferences (Vol. 139, p. 01085). EDP Sciences.
- [19] Schmitt, R., & Sobrinho, M. R. S. (2018). Nonlinear dynamic modeling of a pneumatic process control valve. IEEE Latin America Transactions, 16(4), 1070-1075.
- [20] Sönmez, M. (2016). Two offers to prevent excessive water consumption: A proposal for industrial design departments of universities. Int J Water Res Environ Eng, 8(2), 24-31.
- [21] Sule, I., Imtiaz, S., Khan, F., & Butt, S. (2019). Nonlinear model predictive control of gas kick in a managed pressure drilling system. Journal of Petroleum Science and Engineering, 174, 1223-1235.
- [22] Tamayo, G. A. V., Luna, L. V., Beltrán, C. R., & Simancas, M. E. C. (2018). Modelo numérico para el análisis y el diseño de redes de tubería para flujo bifásico. Revista UIS Ingenierías, 17(2), 201-214.
- [23] S. Tian y M. Adewumi, A New Algorithm for Analyzing and Designing Two-Phase Flow Pipeline Networks, Pennsylvania: Society of Petroleum Engineers, SPE 28177, 1994
- [24] Upadhe, S. N., Mhamane, S. C., Kurhade, A. S., Bapat, P. V., Dhavale, D. B., & Kore, L. J. (2020) Water Saving and Hygienic Faucet for Public Places in Developing Countries. In Techno-Societal 2018 (pp. 617-624). Springer, Cham.
- [25] Wati, D. A. R. (2016, December). Interval type-2 fuzzy logic controller for multi input multi output system: A shower system case study. In 2016 IEEE Conference on Systems, Process and Control (ICSPC) (pp. 154-159). IEEE.



Esta obra está bajo  
una licencia internacional  
Creative Commons  
Atribución 4.0.